FACULTÉ DES SCIENCES JURIDIQUES, ÉCONOMIQUES ET SOCIALES AIN CHOCK
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA

Département des Sciences Economiques et Gestion

Filière : Sciences Economiques et Gestion

Semestre 2

Module: Probabilités

Pr. AIT CHEIKH

Année universitaire 2019 - 2020

Objectifs du module

- Comprendre et maîtriser les notions suivantes:

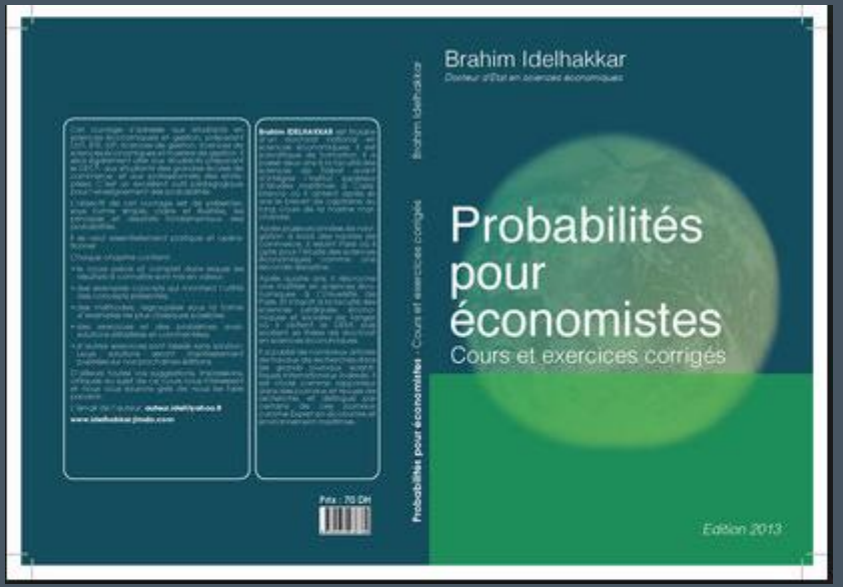
  Probabilité, variable aléatoire, loi, espérance, variance, indépendance, ***convergence***, ***la loi forte des grands nombres*** et le ***théorème de la limite centrale***.

- Être capable de **déterminer** la ***loi d'une variable aléatoire donnée***.

Description du contenu du module

- Éléments de la théorie des ensembles
- Introduction aux phénomènes aléatoires
- Variables aléatoire discrète
- Variables aléatoire continues
- Lois de probabilités discrètes et continues
- Convergence en loi et en probabilité

COURS & EXERCICES

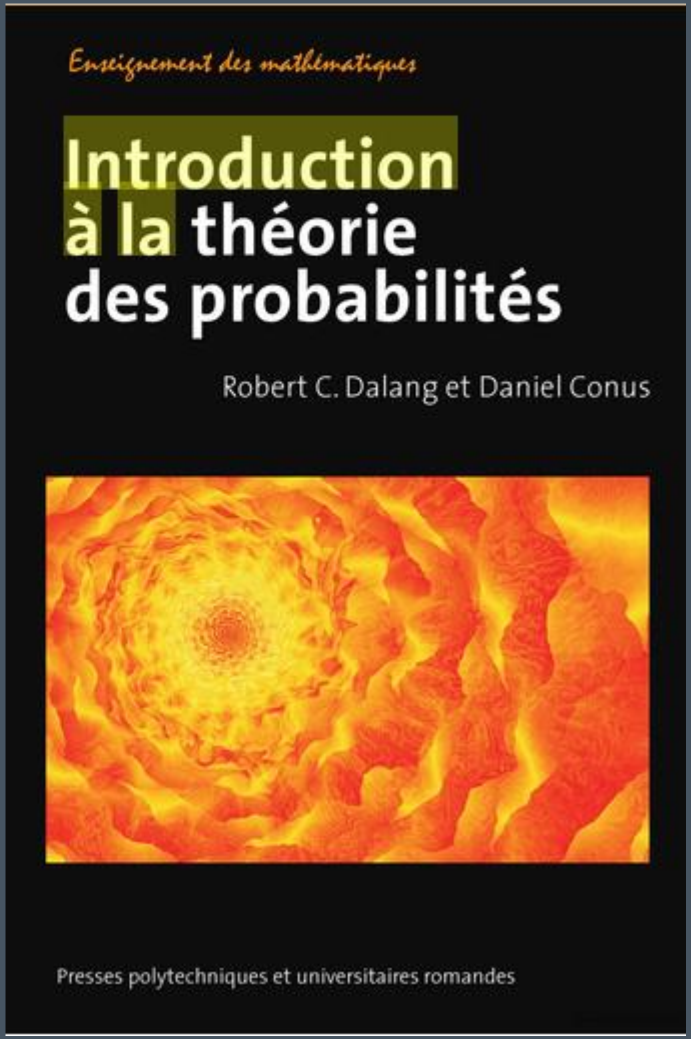


BIBLIOGRAPHIE

Probabilités pour économistes

Auteur : Brahim Idelhakkar

COURS



BIBLIOGRAPHIE

Introduction à la théorie des probabilités

Auteurs : R. Dalanger et D. Conus

COURS & EXERCICES

BIBLIOGRAPHIE

Méthodes Statistiques

Auteur : Bernard Grais

COURS & EXERCICES

BIBLIOGRAPHIE

Introductions aux probabilités

Auteur : Abdelmajid Gagou 1998

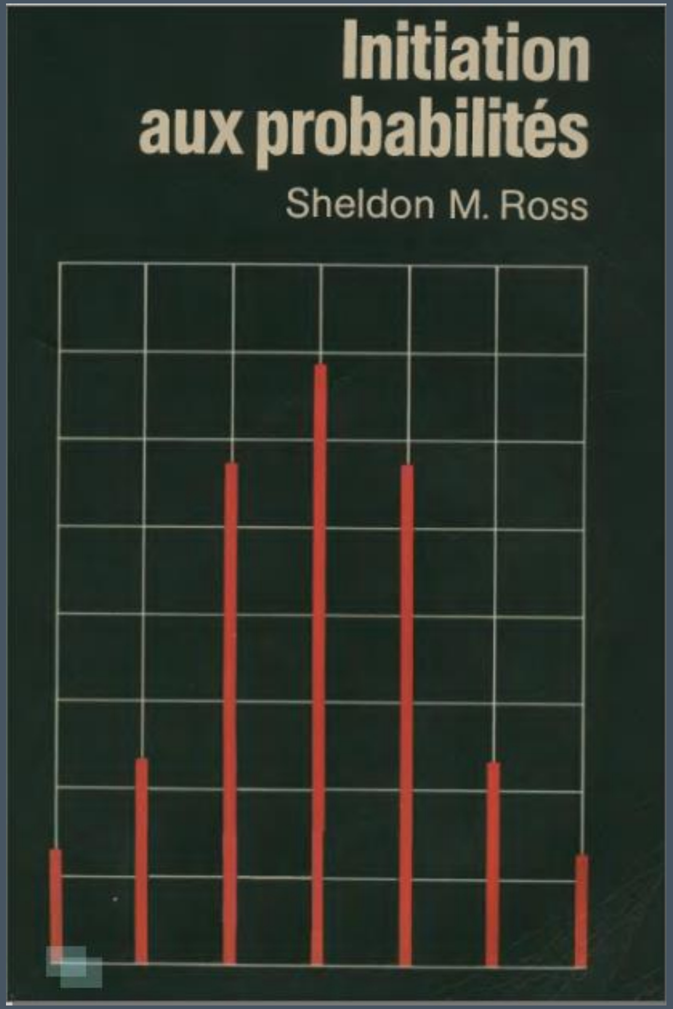
COURS & EXERCICES

BIBLIOGRAPHIE

Cours de probabilité

Pr. Outmane Noufail SOUSSI (2016)

COURS & EXERCICES



BIBLIOGRAPHIE

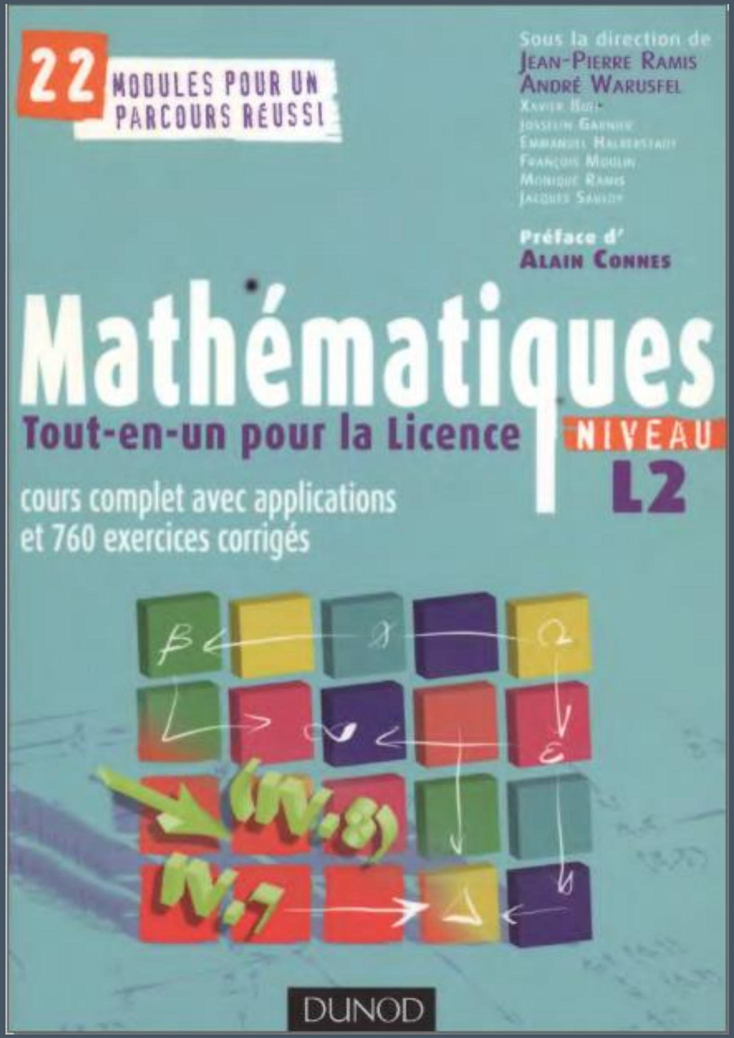
Initiation aux Probabilités

Auteur : Sheldon M. Ross

Traduit par Christian Hofer

BIBLIOGRAPHIE

COURS & EXERCICES

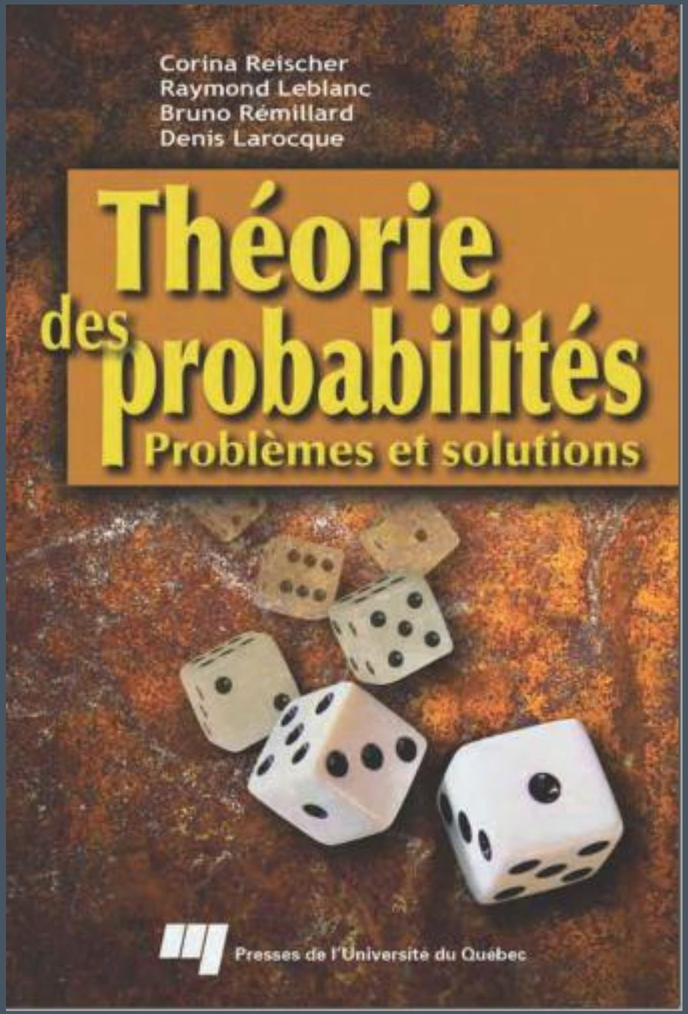


MATHEMATIQUES TOUT-EN-UN POUR LA LICENCE NIVEAU L2

Cours complet avec applications et 760 exercices corrigés

BIBLIOGRAPHIE

COURS & EXERCICES



Théorie des probabilités :problèmes et solutions

Auteurs :Corina Reischer, Raymond Leblanc, Bruno Rémillard, Denis Larocque

Chapitre 0:

Introduction et Théorie des Ensembles

- Section 1: Introduction
- Section 2 : Théorie des Ensembles

Probabilité ?

- **Vraisemblance, chance qu'une chose a d'être vraie.**
- **Chance qu'un événement a de se produire.**
- **Ensemble des règles à l'aide desquelles on calcule les chances et les possibilités de réalisation de certains évènements.**

Définition du Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (CNRTL)

Historique des probabilité

Les premiers jeux de hasard marquent le début de l'histoire des probabilités.

- Selon Kendall (1956), l'origine du mot « ***hasard*** » serait dérivé du mot arabe « ***al zahr*** » (désignant un Dé) et aurait été rapporté en Europe lors de la 3ème croisade (1189-1192).
- C'est en France, avec Pascal(1623-1662) et Fermat(1601-1665) que la théorie des probabilités va prendre forme.

Comment peut on comprendre les probabilités?

- On doit commencer par le concept **d'expérience aléatoire**.

Définition :

- Une ***expérience aléatoire*** est une expérience qui peut théoriquement être ***répété*** autant qu'on veut, dont on connait ***l'ensemble*** des ***résultats*** possible, mais dont le résultat est ***incertain***.

Une expérience est dite " aléatoire" lorsque'elle vérifie trois conditions:

- On connaît tous les résultats possibles;
- Le résultat n'est pas prévisible;
- On peut reproduire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Définition :

Une expérience aléatoire est donc toute expérience dont on connaît l'ensemble des résultats

Expérience	Ensemble Fondamental
Lancer une pièce de monnaie	{Pile, Face}
Jouer un match de foot	{Gagner, Perdre, Egalité}
On choisit une ville au Maroc au hasard et on détermine le taux de chômage	{0%, 100%}
Lancer d'un dé	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
On demande à la clientèle d'une entreprise son degrés de satisfaction à l'égard d'un service ou un produit	{Très satisfait, Satisfait, Indifférent, Insatisfait, Très insatisfait}
On fait une opération bancaire au guichet et on calcul le temps d'exécution	$\{0, +\infty\}$

Exemple introductif :

- Considérons l'expérience aléatoire: « lancer un **dé rouge** et un **dé bleu »**.
- L'espace fondamental Ω est :

$$\Omega = \{ \begin{array}{llllll} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6), \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6), \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6), \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6), \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6), \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{array} \}$$

L'événement ***A*:** dé rouge est plus grand que 2 et le dé bleu est 3 est :

$$A = \{ (3,3), (4,3), (5,3), (6,3) \}$$

Définition :

- Un ensemble est une collection d’objets qu’on nomme ses éléments.

Exemple:

Ensemble des nombres entiers naturels N : N={0;1;2;3;...}.,

Notation : On note habituellement les ensembles avec des lettres majuscules, $A, B\ C, \ldots.$ et les éléments $a, b, c, \ldots.$ avec des lettres minuscules. Soit deux ensembles A et B et deux éléments a et b, on note :

- $\emptyset$ désigne l'ensemble vide
- $p \in A$ p est un élément de l'ensemble A
- $A \subset B$ signifie que A est contenu dans B ou un sous ensemble de B
- $A \cup B$ leur réunion
- $A \cap B$ leur intersection
- $\bar{A} = A^C$ le complémentaire de l'ensemble A
- $A \not\subset B$ signifie que l'ensemble A n'est pas contenu dans l'ensemble B
- On utilise les accolades { } pour désigner un ensemble

Rappel sur la théorie des ensembles

- Soient deux ensembles A et B, supposés tous inclus dans un ensemble Ω appelé univers. On définit :
  - L'intersection de A et B, notée (A∩B), est l'ensemble des éléments appartenant à A et à B.
  - La réunion de A et B, notée (A ∪B), est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B.
  - Si A∩B = ∅, A et B sont dits disjoints.
  - La différence (A - B) = Tous les éléments appartenant à A et n'appartenant pas à B.
  - Le complémentaire de A ($\bar{A}$ ou A´ ou encore C_A) = tous les éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A (il est encore égal à Ω - A).

Rappel sur la théorie des ensembles

- Le cardinale d'un ensemble E est le nombre d'éléments qu'il contient, on note celui-ci Card(E).

<u>Exemple</u> : Soit l'ensemble E={a, b, c, d, e}. Card (E)= 5.

- Différence entre l'écriture {x,y} et l'écriture (x,y).

L'écriture {x,y} est appelée paire: Elle ne tient pas compte de l'ordre des éléments . {x,y} = {y,x}
L'écriture (x,y) est appelée couple: Elle tient compte de l'ordre des éléments. (x,y) $\neq$ (y,x)

Remarque importante!

La paire E = {1, 2} n'a pas les mêmes propriétés que le couple (1,2) :

(1,2) # (2,1)

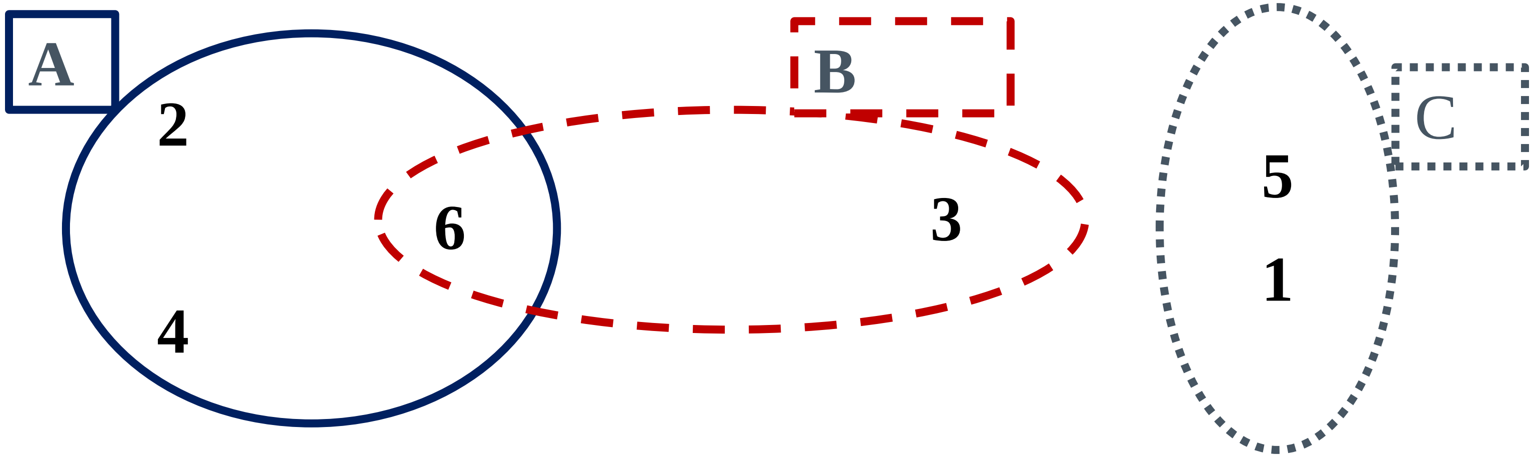
Mais E = {1, 2} = {2,1}

Propriétés:

- Commutativité : $A \cup B = B \cup A$
- Associativité : $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- Intersection est associative : $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- Distributivité : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Transitivité : $A \subset B$ et $B \subset C \Longrightarrow A \subset C$
- Différence : $A \backslash B = \{x \in A | x \notin B\}$
- Différence symétrique : $A \Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) = (A \cup B) \backslash (A \cap B)$
- Complément : $\bar{A} = A^C = \{x \in \Omega | x \notin A\}$

Illustration : diagramme de Venn (également appelé diagramme logique)

L'espace étudié correspond aux chiffres 1 à 6. Dans cet espace on définit $A = \{2,4,6\}$ comme l'ensemble des chiffres pairs et $B = \{3,6\}$ celui des multiples de 3.



- ✓ $A \cup B = \{2,3,4,6\}$
- ✓ $A \cap B = \{6\}$
- ✓ $B \not\subset A$, l'élément $\{3\}$ ne fait pas parti de A